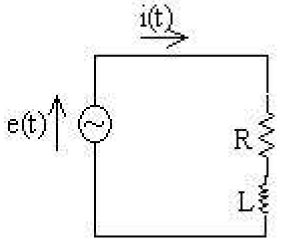
電気回路 練習問題 2004年6月－a

後藤



(a)

aに表される回路は、以下の素子定数を持つとする。

① $e(t)=100\sqrt{2}\sin(100\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=30[\mu F]$

② $e(t)=100\sqrt{2}\sin(120\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=30[\mu F]$

③ $e(t)=100\sqrt{2}\sin(120\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=10[\mu F]$

①～③の素子定数に対して以下の問いに答えよ。#必要な電圧・電流の記号は、各自で設定せよ。

1. 各素子と電源に流れる電流を求めよ。
2. 各素子に印加される電圧を求めよ。
3. 各素子と電源における瞬時電力を求めよ。
4. 電源から見た電流の位相を求めよ。
5. 電源から供給される電力の平均値を求めよ。
6. 電圧・電流のベクトル図を書け。

瞬時電圧・電流から解く

電源電圧 $e(t)=E\sin\omega t[V]$ 、電流 $i=I\sin(\omega t+\theta)[A]$ とおく。

1.

抵抗Rに発生する電圧は、 $v_R(t)=Ri=RI\sin(\omega t+\theta)[V]$

コイルLに発生する電圧は、 $v_L(t)=L\dfrac{di}{dt}=\omega LI\cos(\omega t+\theta)$

キルヒホッフの電圧則により、

$$e(t)=E\sin\omega t=v_R+v_L=RI\sin(\omega t+\theta)+\omega LI\cos(\omega t+\theta)=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}\,I\sin(\omega t+\theta+\phi)$$

ただし、 $\phi=Tan^{-1}(\dfrac{\omega L}{R})$

式を比較して、

$$I=\frac{E}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}},\theta=-\phi=-Tan^{-1}(\frac{\omega L}{R})[A]$$

$$i(t)=\frac{E}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\sin(\omega t-\phi)[A]$$

２.

１. の結果を参考にして

抵抗Rに発生する電圧は、 $v_R(t)=Ri=RI\sin(\omega t+\theta)=\frac{RE}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\sin(\omega t-Tan^{-1}(\frac{\omega L}{R}))[V]$

コイルLに発生する電圧は、

$$v_L(t)=L\frac{di}{dt}=\omega LI\cos(\omega t+\theta)=\frac{\omega LE}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\cos(\omega t-Tan^{-1}(\frac{\omega L}{R}))[V]$$

３. 瞬時電力

抵抗Rについて、

$$P_R=v_R(t)i(t)=Ri^2=RI^2\sin^2(\omega t-Tan^{-1}(\frac{\omega L}{R}))=\frac{RI^2}{2}(1-\cos 2(\omega t-Tan^{-1}(\frac{\omega L}{R})))[W]$$

コイルLについて、

$$P_L=v_L(t)i(t)=\omega LI^2\sin(\omega t-Tan^{-1}(\frac{\omega L}{R}))\cos(\omega t-Tan^{-1}(\frac{\omega L}{R}))$$

$$=\frac{\omega LI^2}{2}(\sin 2(\omega t-Tan^{-1}(\frac{\omega L}{R})))[W]$$

４. 電源と電流の式を比較して、

電流は電圧に対して $-Tan^{-1}(\frac{\omega L}{R})$ 進む。（電流は電圧に対して $Tan^{-1}(\frac{\omega L}{R})$ 遅れる。）

５. 電力の平均値

３. を参考にして、 $\frac{RI^2}{2}=\frac{RE^2}{2(R^2+(\omega L)^2)}[W]$

ベクトル記号法で解く

1．電源電圧を**E**、電流を**I**とする。

電源電圧を基準にすれば、　$\boldsymbol{E}=E'$

抵抗Rに発生する電圧は、　$\boldsymbol{V_R}=R\boldsymbol{I}$

コイルLに発生する電圧は、　$\boldsymbol{V_L}=j\omega L\boldsymbol{I}$

キルヒホッフの電圧則により、　$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{V_R}+\boldsymbol{V_L}=R\boldsymbol{I}+j\omega L\boldsymbol{I}=(R+j\omega L)\boldsymbol{I}$

$$\boldsymbol{I}=\frac{1}{R+j\omega L}\boldsymbol{E}=\frac{1}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}\exp(j\phi)}\boldsymbol{E}=\frac{1}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\exp(-j\phi)\boldsymbol{E}$$

ただし、　$\phi=Tan^{-1}(\frac{\omega L}{R})$

この式は、電流が、電圧の振幅を　$\frac{1}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$　倍し、電圧の位相を　ϕ　遅らせることによって与えられることを示す。ゆえに、

$e(t)=E\sin\omega t[V]$　であれば、　$i(t)=\frac{E}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\sin(\omega t-\phi)[A]$

2．

1．の結果を参考にして、

抵抗Rに発生する電圧は、　$\boldsymbol{V_R}=R\boldsymbol{I}=\frac{R}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\exp(-j\phi)\boldsymbol{E}$

この式は、抵抗に発生する電圧が、電源電圧の振幅を　$\frac{R}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$　倍し、電源電圧の位相を　ϕ　遅らせることによって与えられることを示す。ゆえに、

$e(t)=E\sin\omega t[V]$　であれば、　$v_R(t)=\frac{R}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}E\sin(\omega t-\phi)[V]$

コイルLに発生する電圧は、　$\boldsymbol{V_L}=j\omega L\boldsymbol{I}=\omega L\exp(j\frac{\pi}{2})\boldsymbol{I}[V]$

この式は、コイルに発生する電圧が、電流の振幅を　ωL　倍し、電流の位相を　$\frac{\pi}{2}$　進ませることによって与えられることを示す。ゆえに、

$e(t)=E\sin\omega t[V]$　であれば、　$i(t)=\frac{E}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\sin(\omega t-\phi)[A]$　であるので、

$$v_L(t)=\frac{\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}E\sin(\omega t-\phi+\frac{\pi}{2})=\frac{\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}E\cos(\omega t-\phi)[V]$$

3. 省略（“瞬時電流・電圧で解く３．”を参考にする）

4. 省略（1. を参考にする）

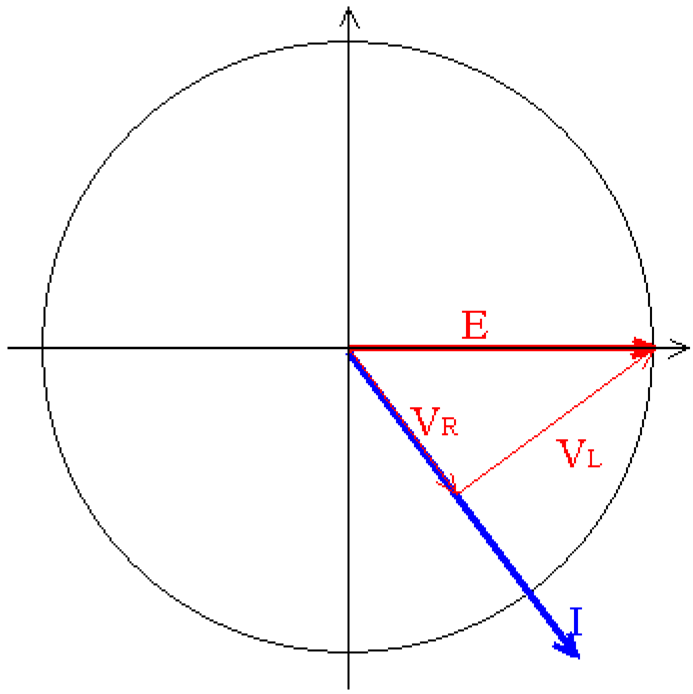
5. ベクトル記号法では、電力 **P** は、 $\boldsymbol{P}=\bar{\boldsymbol{V}}\,I$ で、与えられる。実部が電力の時間平均(有効電力)、虚部が無効電力を与える。

$$\boldsymbol{P}=\bar{\boldsymbol{E}}\,I=\bar{\boldsymbol{E}}\frac{1}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\exp(-j\phi)\,\boldsymbol{E}=\frac{1}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\exp(-j\phi)|\boldsymbol{E}|^2$$

実部を求めると

$$\frac{|\boldsymbol{E}|^2}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\cos\phi\,[W]$$

6. ベクトル図



数値として、計算する。

① の場合、
1. $i(t)=0.73\sqrt{2}\sin(100\pi t-0.76)[A]$
2. $v_R(t)=73\sqrt{2}\sin(100\pi t-0.76)[V]$, $v_L(t)=69\sqrt{2}\cos(100\pi t-0.76)[V]$
3. $P_R(t)=53.3(1-\cos(200\pi t-1.5))[W]$, $P_L(t)=50.2\sin(200\pi t-1.5)[W]$
4. -0.76
5. 53.3W

② の場合(③も同じ)
1. $i(t)=0.67\sqrt{2}\sin(120\pi t-0.85)[A]$
2. $v_R(t)=67\sqrt{2}\sin(120\pi t-0.85)[V]$, $v_L(t)=75\sqrt{2}\cos(120\pi t-0.85)[V]$
3. $P_R(t)=44.9(1-\cos(240\pi t-1.7))[W]$, $P_L(t)=50.7\sin(240\pi t-1.7)[W]$
4. -0.85
5. 44.9W