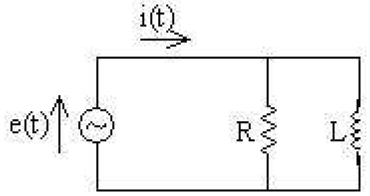
電気回路　練習問題　2004年6月－b

後藤



(b)

b に表される回路は、以下の素子定数を持つとする。

① $e(t)=100\sqrt{2}\sin(100\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=30[\mu F]$

② $e(t)=100\sqrt{2}\sin(120\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=30[\mu F]$

③ $e(t)=100\sqrt{2}\sin(120\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=10[\mu F]$

①～③の素子定数に対して以下の問いに答えよ。#必要な電圧・電流の記号は、各自で設定せよ。

1. 各素子と電源に流れる電流を求めよ。
2. 各素子に印加される電圧を求めよ。
3. 各素子と電源における瞬時電力を求めよ。
4. 電源から見た電流の位相を求めよ。
5. 電源から供給される電力の平均値を求めよ。
6. 電圧・電流のベクトル図を書け。

瞬時電圧・電流から解く

電源電圧を　$e(t)=E\sin\omega t[V]$　とおく。

1．

抵抗とコイルには、電源電圧が印加されているので、

抵抗Rに流れる電流は、　$i_R(t)=\dfrac{e(t)}{R}=\dfrac{E}{R}\sin(\omega t)[A]$

コイルLに流れる電流は、　$i_L(t)=\dfrac{1}{L}\int e(t)dt=-\dfrac{E}{\omega L}\cos(\omega t)[A]$

電源に流れる電流は、

$$i(t)=i_R+i_L=\frac{E}{R}\sin(\omega t)-\frac{E}{\omega L}\cos(\omega t)=E\sqrt{(\frac{1}{R})^2+(\frac{1}{\omega L})^2}\sin(\omega t-\phi)[A]$$

ただし、　$\phi=Tan^{-1}(\dfrac{R}{\omega L})$

2.
回路より明らかに、
抵抗Rに発生する電圧は、 $v_R(t)=e(t)=E\sin(\omega t)[V]$
コイルLに発生する電圧は、 $v_L(t)=e(t)=E\sin(\omega t)[V]$

3. 瞬時電力
抵抗Rについて、 $P_R=v_R(t)i(t)=\frac{e^2}{R}=\frac{E^2}{R}\sin^2(\omega t)=\frac{E^2}{2R}(1-\cos 2\omega t)[W]$
コイルLについて、 $P_L=v_L(t)i(t)=-\frac{E^2}{\omega L}\sin(\omega t)\cos(\omega t)=-\frac{E^2}{2\omega L}\sin(2\omega t)[W]$

電源について、 $P_E(t)=P_R(t)+P_L(t)$

4. 電源と電流の式を比較して、
電流は電圧に対して $-Tan^{-1}\left(\frac{R}{\omega L}\right)$ 進む。(電流は電圧に対して $Tan^{-1}\left(\frac{R}{\omega L}\right)$ 遅れる。)

5. 電力の平均値
3. を参考にして、 $\frac{E^2}{2R}[W]$

ベクトル記号法で解く

1．電源電圧を**E**、電流を$\mathbf{I_R},\mathbf{I_L}$とする。

電源電圧を基準にすれば、 $\boldsymbol{E}=E'$

抵抗Rに流れる電流は、 $\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{R}}=\dfrac{\boldsymbol{V}}{R}=\dfrac{\boldsymbol{E}}{R}$

コイルLに流れる電流は、 $\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{L}}=\dfrac{\boldsymbol{V}}{j\omega L}=\dfrac{\boldsymbol{E}}{j\omega L}=-j\dfrac{\boldsymbol{E}}{\omega L}$

キルヒホッフの電流則により、 $\boldsymbol{I}=\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{R}}+\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{L}}=(\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{j\omega L})\boldsymbol{E}=(\dfrac{1}{R}-j\dfrac{1}{\omega L})\boldsymbol{E}$

$$\boldsymbol{I}=(\frac{1}{R}-j\frac{1}{\omega L})\boldsymbol{E}=\sqrt{(\frac{1}{R})^2+(\frac{1}{\omega L})^2}\exp(-j\phi)\boldsymbol{E}$$

ただし、 $\phi=Tan^{-1}(\dfrac{R}{\omega L})$

この式は、電流が、電圧の振幅を $\sqrt{(\dfrac{1}{R})^2+(\dfrac{1}{\omega L})^2}$ 倍し、電圧の位相を ϕ 遅らせることによって与えられることを示す。ゆえに、 $e(t)=E\sin\omega t[V]$ であれば、

$$i(t)=E\sqrt{(\frac{1}{R})^2+(\frac{1}{\omega L})^2}\sin(\omega t-\phi)[A]$$

同様に考えて、

抵抗に流れる電流は、 $i_R(t)=\dfrac{e(t)}{R}=\dfrac{E}{R}\sin(\omega t)[A]$

コイルに流れる電流は、 $i_L(t)=\dfrac{E}{\omega L}\sin(\omega t-\dfrac{\pi}{2})=-\dfrac{E}{\omega L}\cos(\omega t)[A]$

2．省略（“瞬時電流・電圧で解く2．”を参考にする）

3． 省略（“瞬時電流・電圧で解く3．”を参考にする）

4．省略（1．を参考にする）

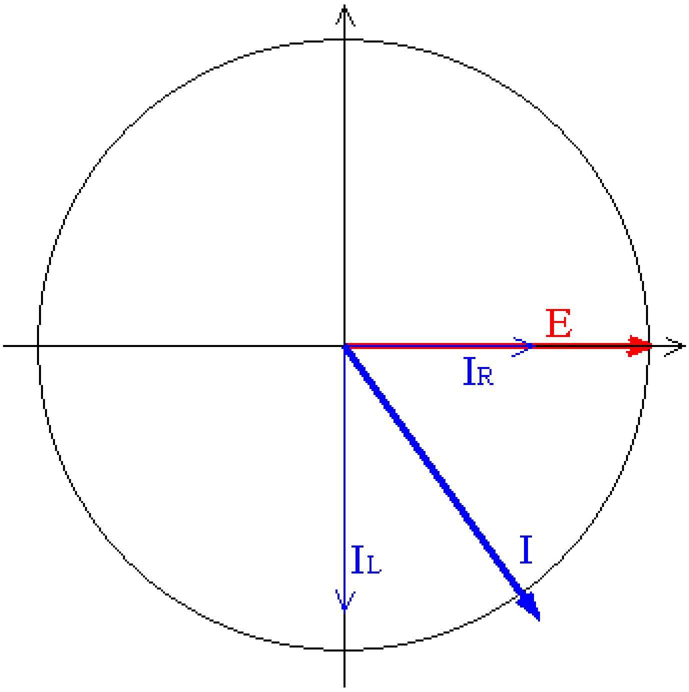
5. ベクトル記号法では、電力 **P** は、 $\boldsymbol{P}=\bar{\boldsymbol{V}}\,\boldsymbol{I}$ で、与えられる。実部が電力の時間平均(有効電力)、虚部が無効電力を与える。

$$\boldsymbol{P}=\bar{\boldsymbol{E}}\,\boldsymbol{I}=\bar{\boldsymbol{E}}\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}\exp(-j\phi)\,\boldsymbol{E}=\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}\exp(-j\phi)|\boldsymbol{E}|^2$$

実部を求めると

$$|\boldsymbol{E}|^2\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}\cos\phi\,[W]$$

6. ベクトル図



数値として、計算する。

① の場合、

1. $i_R(t)=\sqrt{2}\sin(100\pi t)[A]$, $i_L(t)=-1.06\sqrt{2}\cos(100\pi t)[A]$

   $i(t)=1.46\sqrt{2}\sin(100\pi t-0.81)[A]$

2. $v_R(t)=v_L(t)=e(t)=100\sqrt{2}\sin(100\pi t)[V]$
3. $P_R(t)=100(1-\cos(200\pi t))[W]$, $P_L(t)=-106\sin(200\pi t)[W]$
4. -0.81
5. 100W

② の場合(③も同じ)

1. $i_R(t)=\sqrt{2}\sin(120\pi t)[A]$, $i_L(t)=-0.88\sqrt{2}\cos(120\pi t)[A]$

   $i(t)=1.33\sqrt{2}\sin(120\pi t-0.72)[A]$

2. $v_R(t)=v_L(t)=e(t)=100\sqrt{2}\sin(120\pi t)[V]$
3. $P_R(t)=100(1-\cos(240\pi t))[W]$, $P_L(t)=-88\sin(240\pi t)[W]$
4. -0.72
5. 100W