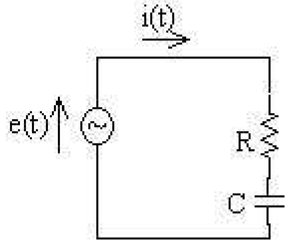
電気回路　練習問題　2004年6月－c

後藤



(c)

aに表される回路は、以下の素子定数を持つとする。

① $e(t)=100\sqrt{2}\sin(100\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=30[\mu F]$

② $e(t)=100\sqrt{2}\sin(120\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=30[\mu F]$

③ $e(t)=100\sqrt{2}\sin(120\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=10[\mu F]$

①～③の素子定数に対して以下の問いに答えよ。#必要な電圧・電流の記号は、各自で設定せよ。

1. 各素子と電源に流れる電流を求めよ。
2. 各素子に印加される電圧を求めよ。
3. 各素子と電源における瞬時電力を求めよ。
4. 電源から見た電流の位相を求めよ。
5. 電源から供給される電力の平均値を求めよ。
6. 電圧・電流のベクトル図を書け。

瞬時電圧・電流から解く

電源電圧　$e(t)=E\sin\omega t[V]$　、電流　$i=I\sin(\omega t+\theta)[A]$　とおく。

1.

抵抗Rに発生する電圧は、　$v_R(t)=Ri=RI\sin(\omega t+\theta)[V]$

コンデンサ C に発生する電圧は、　$v_C(t)=\frac{1}{C}\int i(t)dt=-\frac{I}{\omega C}\cos(\omega t+\theta)$

キルヒホッフの電圧則により、

$$e(t)=E\sin\omega t=v_R+v_C=RI\sin(\omega t+\theta)-\frac{I}{\omega C}\cos(\omega t+\theta)=\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}I\sin(\omega t+\theta-\phi)$$

ただし、　$\phi=Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR})$

式を比較して、

$$I=\frac{E}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}[A],\quad \theta=\phi=Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR})$$

$$i(t)=\frac{E}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}\sin(\omega t+\phi)[A]$$

2.
1. の結果を参考にして
抵抗Rに発生する電圧は、

$$v_R(t)=Ri=RI\sin(\omega t+\theta)=\frac{RE}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}\sin(\omega t+Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR}))[V]$$

コンデンサ C に発生する電圧は、

$$v_C(t)=\frac{1}{C}\int i(t)dt=-\frac{I}{\omega C}\cos(\omega t+\theta)=-\frac{E}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}\cos(\omega t+Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR}))[V]$$

3. 瞬時電力
抵抗Rについて、

$$P_R=v_R(t)i(t)=Ri^2=RI^2\sin^2(\omega t+Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR}))=\frac{RI^2}{2}(1-\cos 2(\omega t+Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR})))[W]$$

コンデンサ C について、

$$P_C=v_C(t)i(t)=-\frac{I^2}{\omega C}\sin(\omega t+Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR}))\cos(\omega t+Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR}))$$

$$=-\frac{I^2}{2\omega C}\sin 2(\omega t+Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR}))[W]$$

4. 電源と電流の式を比較して、

電流は電圧に対して　$Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR})$　進む。（電流は電圧に対して　$-Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR})$　遅れる。）

5. 電力の平均値

3. を参考にして、 $\frac{RI^2}{2}=\frac{RE^2}{2(R^2+(\frac{1}{\omega C})^2)}[W]$

ベクトル記号法で解く

1．電源電圧を **E**、電流を **I** とする。

電源電圧を基準にすれば、 $\boldsymbol{E}=E'$

抵抗 R に発生する電圧は、 $\boldsymbol{V_R}=R\boldsymbol{I}$

コンデンサ C に発生する電圧は、 $\boldsymbol{V_C}=\frac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I}$

キルヒホッフの電圧則により、 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{V_R}+\boldsymbol{V_C}=R\boldsymbol{I}+\frac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I}=(R-j\frac{1}{\omega C})\boldsymbol{I}$

$$\boldsymbol{I}=\frac{1}{R-j\frac{1}{\omega C}}\boldsymbol{E}=\frac{1}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}\exp(-j\phi)}\boldsymbol{E}=\frac{1}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}\exp(j\phi)\boldsymbol{E}$$

ただし、 $\phi=Tan^{-1}(\frac{1}{\omega CR})$

この式は、電流が、電圧の振幅を $\frac{1}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}$ 倍し、電圧の位相を ϕ 進めることによって与えられることを示す。ゆえに、

$e(t)=E\sin\omega t[V]$ であれば、 $i(t)=\frac{E}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}\sin(\omega t+\phi)[A]$

2．

1．の結果を参考にして、

抵抗 R に発生する電圧は、 $\boldsymbol{V_R}=R\boldsymbol{I}=\frac{R}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}\exp(j\phi)\boldsymbol{E}$

この式は、抵抗に発生する電圧が、電源電圧の振幅を $\frac{R}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}$ 倍し、電源電圧の位相を ϕ 進めることによって与えられることを示す。ゆえに、

$e(t)=E\sin\omega t[V]$ であれば、 $v_R(t)=\frac{R}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}E\sin(\omega t+\phi)[V]$

コンデンサ C に発生する電圧は、 $\boldsymbol{V_C}=\frac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I}=\frac{1}{\omega C}\exp(-j\frac{\pi}{2})\boldsymbol{I}[V]$

この式は、コンデンサに発生する電圧が、電流の振幅を $\frac{1}{\omega C}$ 倍し、電流の位相を $\frac{\pi}{2}$ 遅らせることによって与えられることを示す。ゆえに、

$e(t)=E\sin\omega t[V]$ であれば、で $i(t)=\frac{E}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}\sin(\omega t+\phi)[A]$ あるので、

$$v_C(t)=\frac{1}{\omega C\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}E\sin(\omega t+\phi-\frac{\pi}{2})=-\frac{E}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}\cos(\omega t+\phi)[V]$$

3. 省略（“瞬時電流・電圧で解く 3. ”を参考にする）

4. 省略（1. を参考にする）

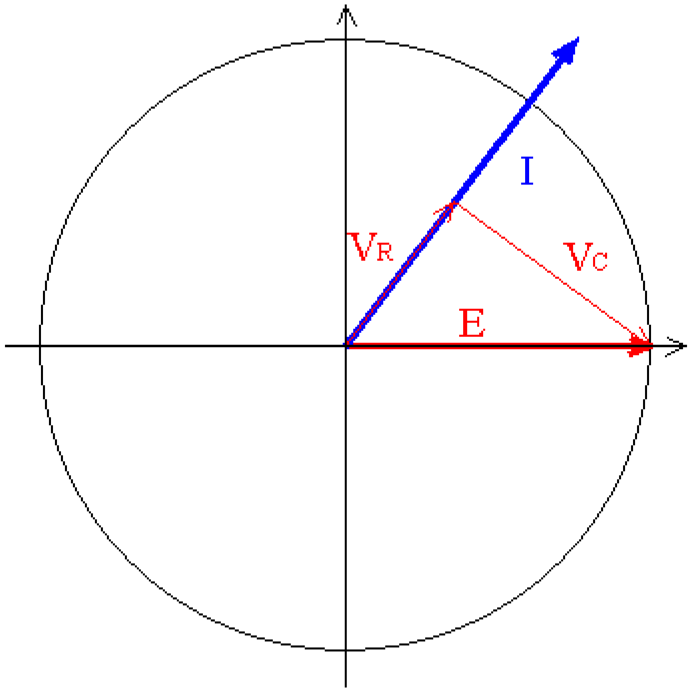
5．ベクトル記号法では、電力 **P** は、 $\boldsymbol{P}=\bar{V}I$ で、与えられる。実部が電力の時間平均(有効電力)、虚部が無効電力を与える。

$$\boldsymbol{P}=\bar{\boldsymbol{E}}I=\bar{\boldsymbol{E}}\frac{1}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}\exp(j\phi)\boldsymbol{E}=\frac{1}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}\exp(j\phi)|\boldsymbol{E}|^2$$

実部を求めると

$$\frac{|\boldsymbol{E}|^2}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}\cos\phi[W]$$

6．ベクトル図



数値として、計算する。

①の場合、

1． $i(t)=0.68\sqrt{2}\sin(100\pi t+0.75)[A]$
2． $v_R(t)=68\sqrt{2}\sin(100\pi t+0.75)[V]$， $v_C(t)=72\sqrt{2}\cos(100\pi t+0.75)[V]$
3． $P_R(t)=46.2(1-\cos(200\pi t+1.5))[W]$， $P_C(t)=48.2\sin(200\pi t+1.5)[W]$
4．0.75
5．46.2W

②の場合

1． $i(t)=0.75\sqrt{2}\sin(120\pi t+0.85)[A]$
2． $v_R(t)=75\sqrt{2}\sin(120\pi t+0.85)[V]$， $v_C(t)=66\sqrt{2}\cos(120\pi t+0.85)[V]$
3． $P_R(t)=56.3(1-\cos(240\pi t+1.7))[W]$， $P_C(t)=49.5\sin(240\pi t+1.7)[W]$
4．0.85
5．56.3W

③の場合　　－　省略　－