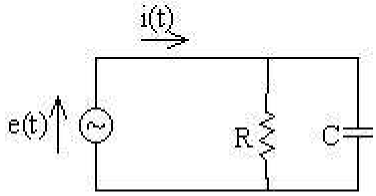
電気回路　練習問題　2004年6月－d

後藤



(d)

d に表される回路は、以下の素子定数を持つとする。

① $e(t)=100\sqrt{2}\sin(100\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=30[\mu F]$

② $e(t)=100\sqrt{2}\sin(120\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=30[\mu F]$

③ $e(t)=100\sqrt{2}\sin(120\pi t)[V], R=100[\Omega], L=0.3[H], C=10[\mu F]$

①～③の素子定数に対して以下の問いに答えよ。#必要な電圧・電流の記号は、各自で設定せよ。

1. 各素子と電源に流れる電流を求めよ。
2. 各素子に印加される電圧を求めよ。
3. 各素子と電源における瞬時電力を求めよ。
4. 電源から見た電流の位相を求めよ。
5. 電源から供給される電力の平均値を求めよ。
6. 電圧・電流のベクトル図を書け。

瞬時電圧・電流から解く

電源電圧を　$e(t)=E\sin\omega t[V]$　とおく。

1.

抵抗とコンデンサには、電源電圧が印加されているので、

抵抗Rに流れる電流は、 $i_R(t)=\dfrac{e(t)}{R}=\dfrac{E}{R}\sin(\omega t)[A]$

コンデンサ C に流れる電流は、 $i_C(t)=C\dfrac{de(t)}{dt}=\omega CE\cos(\omega t)[A]$

電源に流れる電流は、

$$i(t)=i_R+i_C=\frac{E}{R}\sin(\omega t)+E\omega C\cos(\omega t)=E\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+(\omega C)^2}\sin(\omega t+\phi)[A]$$

ただし、 $\phi=Tan^{-1}(\omega CR)$

２.
回路より明らかに、
抵抗Rに発生する電圧は、 $v_R(t)=e(t)=E\sin(\omega t)[V]$
コンデンサＣに発生する電圧は、 $v_C(t)=e(t)=E\sin(\omega t)[V]$

3. 瞬時電力
抵抗Rについて、 $P_R=v_R(t)i(t)=\frac{e^2}{R}=\frac{E^2}{R}\sin^2(\omega t)=\frac{E^2}{2R}(1-\cos 2\omega t)[W]$
コイルLについて、 $P_C=v_C(t)i(t)=\omega C E^2\sin(\omega t)\cos(\omega t)=\frac{\omega CE^2}{2}\sin(2\omega t)[W]$

電源について、 $P_E(t)=P_R(t)+P_C(t)$

4. 電源と電流の式を比較して、
電流は電圧に対して　$Tan^{-1}(\omega CR)$　進む。(電流は電圧に対して　$-Tan^{-1}(\omega CR)$　遅れる。)

5. 電力の平均値
3. を参考にして、 $\frac{E^2}{2R}[W]$

ベクトル記号法で解く

1．電源電圧を**E**、電流を$\boldsymbol{I_R},\boldsymbol{I_L}$とする。

電源電圧を基準にすれば、 $\boldsymbol{E}=E'$

抵抗Rに流れる電流は、 $\boldsymbol{I_R}=\dfrac{\boldsymbol{V}}{R}=\dfrac{\boldsymbol{E}}{R}$

コンデンサCに流れる電流は、 $\boldsymbol{I_C}=j\omega C\boldsymbol{V}=j\omega C\boldsymbol{E}$

キルヒホッフの電流則により、 $\boldsymbol{I}=\boldsymbol{I_R}+\boldsymbol{I_C}=(\dfrac{1}{R}+j\omega C)\boldsymbol{E}$

$$\boldsymbol{I}=(\frac{1}{R}+j\omega C)\boldsymbol{E}=\sqrt{(\frac{1}{R})^2+(\omega C)^2}\exp(j\phi)\boldsymbol{E}$$

ただし、 $\phi=Tan^{-1}(\omega CR)$

この式は、電流が、電圧の振幅を $\sqrt{(\frac{1}{R})^2+(\omega C)^2}$ 倍し、電圧の位相を ϕ 進ませることによって与えられることを示す。ゆえに、 $e(t)=E\sin\omega t[V]$ であれば、

$$i(t)=E\sqrt{(\frac{1}{R})^2+(\omega C)^2}\sin(\omega t+\phi)[A]$$

同様に考えて、

抵抗に流れる電流は、 $i_R(t)=\dfrac{e(t)}{R}=\dfrac{E}{R}\sin(\omega t)[A]$

コイルに流れる電流は、 $i_C(t)=E\omega C\sin(\omega t+\dfrac{\pi}{2})=\omega CE\cos(\omega t)[A]$

2．省略（“瞬時電流・電圧で解く2．”を参考にする）

3．省略（“瞬時電流・電圧で解く3．”を参考にする）

4．省略（1．を参考にする）

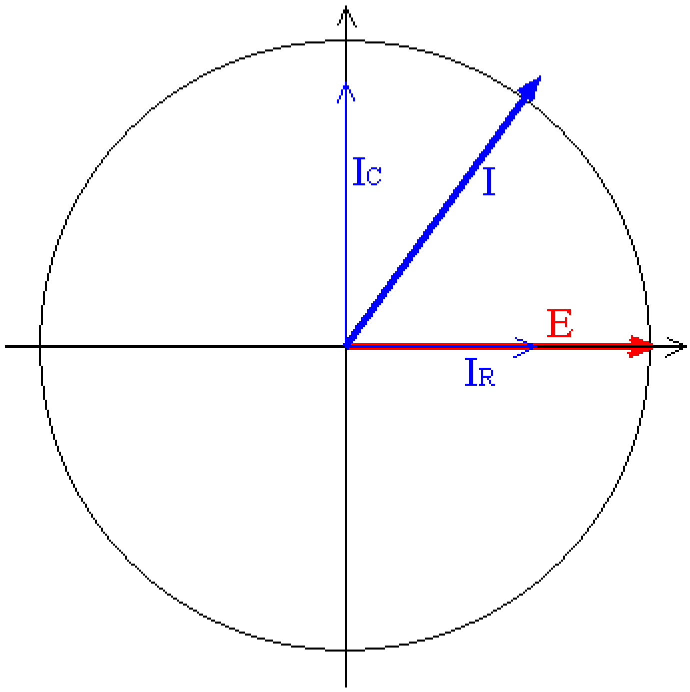
5．ベクトル記号法では、電力 **P** は、 $\boldsymbol{P}=\bar{\boldsymbol{V}}\,I$ で、与えられる。実部が電力の時間平均（有効電力）、虚部が無効電力を与える。

$$\boldsymbol{P}=\bar{\boldsymbol{E}}\,I=\bar{\boldsymbol{E}}\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+(\omega C)^2}\exp(j\phi)\boldsymbol{E}=\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+(\omega C)^2}\exp(j\phi)|\boldsymbol{E}|^2$$

実部を求めると

$$|\boldsymbol{E}|^2\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+(\omega C)^2}\cos\phi\,[W]$$

6．ベクトル図



数値として、計算する。

①の場合、

1．　$i_R(t)=\sqrt{2}\sin(100\pi t)[A]$，$i_C(t)=0.94\sqrt{2}\cos(100\pi t)[A]$
　　$i(t)=1.37\sqrt{2}\sin(100\pi t+0.75)[A]$
2．　$v_R(t)=v_L(t)=e(t)=100\sqrt{2}\sin(100\pi t)[V]$
3．　$P_R(t)=100(1-\cos(200\pi t))[W]$，$P_C(t)=94\sin(200\pi t)[W]$
4．0.75
5．100W

②の場合

1．　$i_R(t)=\sqrt{2}\sin(120\pi t)[A]$，$i_C(t)=1.13\sqrt{2}\cos(120\pi t)[A]$
　　$i(t)=1.51\sqrt{2}\sin(120\pi t+0.85)[A]$
2．　$v_R(t)=v_L(t)=e(t)=100\sqrt{2}\sin(120\pi t)[V]$
3．　$P_R(t)=100(1-\cos(240\pi t))[W]$，$P_C(t)=133\sin(240\pi t)[W]$
4．0.85
5．100W

③の場合は、省略